УДК 621.77

Гунько И. В.

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ МАТЕРИАЛА В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ГОРЯЧЕЙ ДЕФОРМАЦИИ

Ограниченная способность материала воспринимать пластическую деформацию без разрушения является одним из важнейших факторов, усложняющим разработку и сдерживающим широкое внедрение технологических процессов горячей деформации (изотермической штамповки). Экспериментальное изучение закономерностей изменения предельных пластических деформаций при повышенных температурах на несколько порядков сложнее аналогичных исследований холодной деформации. Это связано с тем, что проведение экспериментов при высоких температурах значительно сложнее и требует дополнительного специального оборудования [1, 2], а количество испытаний возрастает на несколько порядков в связи с необходимостью проведения исследований для разных температур и скоростей деформации. Т. е., кроме напряженно-деформированного состояния, которое является определяющим в задачах определения предельного состояния материала при холодной деформации [3], в условиях повышенных температур добавляется два дополнительных фактора – величины температуры и скорости деформации. В таких условиях еще более возрастает роль математического моделирования предельного состояния материала на основе глубокого осмысления физики и механики процессов деформирования и разрушения.

Следует отметить, что в литературе термин *горячая деформация* нередко используется только в качестве указания на высокотемпературную деформацию, что не совсем верно. Далее мы будем придерживаться терминологии и определений, приведенных в [4].

Псевдоразрушение (разрыв, rupture) – разделение тела на части при растяжении без образования трещины в результате локальной деформации.

Разрушение (fracture) - процесс, в результате которого происходит нарушение сплошности тела вследствие образования и распространения (движения) одной или множества трещин.

Пластичность (частицы деформируемого тела и её окрестности) – способность частицы металла и её окрестности, в общем случае кристаллического вещества, в т. ч. металлов и сплавов, необратимо изменять форму и размеры под внешним воздействием (в процессах обработки давлением под воздействием деформирующей силы) без разрушения.

Упрочнение деформационное – комплекс физико-химических явлений, сопровождающих процесс пластической деформации: увеличение сопротивления деформации и показателей прочности, уменьшение пластичности, накопление потенциальной энергии в виде остаточных напряжений, волокнистость, ориентировка (текстура), анизотропия и др.

Разупрочнение – процесс, обратный упрочнению, происходящий при нагревании пластически деформированного тела.

Деформация неполная холодная – пластическая деформация, при которой процесс упрочнения сопровождается возвратом.

Деформация неполная горячая – пластическая деформация, при которой процесс упрочнения сопровождается возвратом и частичной рекристаллизацией.

Деформация горячая – пластическая деформация, при которой процесс упрочнения сопровождается возвратом и полной рекристаллизацией, т. е. полным разупрочнением.

В литературе предложены многочисленные варианты моделей для определения предельного состояния материала не только при холодной, но и при высокотемпературной деформации. Однако преимущественно это соотношения, которые аппроксимируют некоторые экспериментальные данные [1, 2, 5, 6], либо простые инженерные модели, предназначенные для описания узкого круга фрагментарных результатов, поскольку в их структуре отсутствует учет определяющих закономерностей механики высокотемпературной деформации [2, 7]. Диапазон температур горячей и неполной горячей деформации превышает температуру начала рекристаллизации. Это определяет важнейшую особенность высокотемпературной деформации, которая заключается в частичном исчезновении ранее накопленных микроповреждений на последующих стадиях деформации. Указанная особенность проявляется в чрезвычайно сложной зависимости предельного состояния материала от закона изменения скорости деформации. Известные подходы и модели, предназначенные для моделирования зависимости предельного состояния от закона изменения скорости деформации [8, 9, 10] базируются на представлении исходных моделей в виде некоторых функционалов.

Целью данной работы является разработка методики построения исходных соотношений модели предельного состояния материала в условиях неполной горячей деформации, базирующейся на принятии ряда гипотез с соответствующими математическими представлениями.

Используя работы [3, 10–13], сформулируем гипотезы, положенные в основу разрабатываемой модели.

1. В исходном состоянии компоненты тензоров напряжений и деформаций в каждой макрочастице, а также их производные по координатам равны нулю, т.е. начальное состояние макрочастицы предполагается естественным.

2. Состояние, макрочастицы предполагается однородным в любой момент времени $t \in [0, t^*]$, где t – время; t^* – момент достижения в макрочастице материала предельного состояния.

3. Введем в рассмотрение некоторый скалярный параметр $\psi(t)$, обладающий следующими свойствами:

3.1 параметр ψ однозначно определяется процессом деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}(t)$, температурой $T(t)$, и показателем напряженного состояния $\eta\,(t)$;

3.2 параметр ψ характеризует накопление микроповреждений в частице и состояние, непосредственно предшествующее разрушению макрочастицы, причем:

$$\psi(0) = 0,\ \psi(t_*) = 1; \tag{1}$$

3.3 если на отрезке [0, t] тензор скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}(t) = 0$, то и параметр $\psi = 0$ на данном отрезке;

3.4 в условиях стационарного ($\dot{\varepsilon}_{ij}(t) = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(0)} = const$) изотермического деформирования поврежденность монотонно увеличивается, т. е. $\psi(t)$ представляет собой монотонно возрастающую функцию на отрезке $t \in [0,\ t_* = t_{*c}]$.

4. Предельная до разрушения накопленная пластическая деформация материала при стационарном изотермическом деформировании является известной функцией, характеризующей свойства материала. Такую функцию по сложившейся традиции [3, 10] обычно называют диаграммой пластичности или поверхностью предельных деформаций:

$$\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}\left(T, \dot{\varepsilon}_u\ , I\right), \tag{2}$$

где $\dot{\varepsilon}_u$ – интенсивность скоростей деформаций.

5. Скорость накопления микроповреждений зависит от текущей величины поврежденности $\psi(t)$ и еще некоторой функции $Z(t)$:

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = F\left(\omega(t), Z(t)\right); \tag{3}$$

5.1 в частности, примем, что:

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \omega\left(\psi(t)\right) \cdot Z(t); \tag{4}$$

5.2 а функция $Z(t)$ может быть представлена следующим образом:

$$Z(t)=\int_0^t G\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)\cdot f_1\big(\dot{\varepsilon}_u(\tau),T(\tau),I(\tau)\big)\cdot d\tau\,, \qquad (5)$$

где через I обозначена совокупность безразмерных инвариантов тензора скоростей деформаций и тензора напряжений. Для решения широкого круга задач достаточно полагать $I \to \eta, \nu$, с учетом [3, 10, 15]:

$$\eta=\frac{3\cdot\sigma}{\sigma_u},\quad \nu=\frac{\left|\sigma_{ij}\right|}{\left(\sigma_u/3\right)^3}\,, \qquad (6)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; σ – гидростатическое напряжение; σ_u – интенсивность напряжений.

Представление (5) основывается на предположении, что функция $Z(t)$ определяется законом изменения как скоростей деформаций, так и напряжений во времени и, к тому же, величина скорости накопления микроповреждений зависит не только от текущих значений характеристик напряженно-деформированного состояния, но и от значений этих характеристик в период времени $0\le\tau\le t$, с некоторой функцией влияния $G\big(t-\tau;T,I(\tau)\big)$. Естественно, что функции $G\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)$ и $f_1\big(\dot{\varepsilon}_u(\tau),T,I(\tau)\big)$ являются неизвестными. Их определение является последующей задачей.

Интегрируя дифференциальное уравнение (4) методом разделения переменных, получим:

$$\int_{\psi_0}^{\psi}\frac{d\psi}{\omega(\psi)}=\int_{t_0}^{t}Z(x)\cdot dx\ . \qquad (7)$$

Учитывая, что $\psi_0=\psi(t=t_0=0)=0$, получим:

$$\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\omega(\psi)}=\int_0^{t}Z(x)\cdot dx\,, \qquad (8)$$

откуда, рассматривая предельное состояние, удовлетворяя условию $\psi(t_*)=1$ и используя (5), получим:

$$1=\int_0^{t_*}\int_0^{t}G\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)\cdot f_2\big(\dot{\varepsilon}_u(\tau),T(\tau),I(\tau)\big)\cdot d\tau\cdot dt\,, \qquad (9)$$

где:

$$f_2\left(\dot{\varepsilon}_u,T,I\right)=\frac{f_1\left(\dot{\varepsilon}_u,T,I\right)}{p},\quad p=\int_0^1\frac{d\psi}{\omega(\psi)}\,. \qquad (10)$$

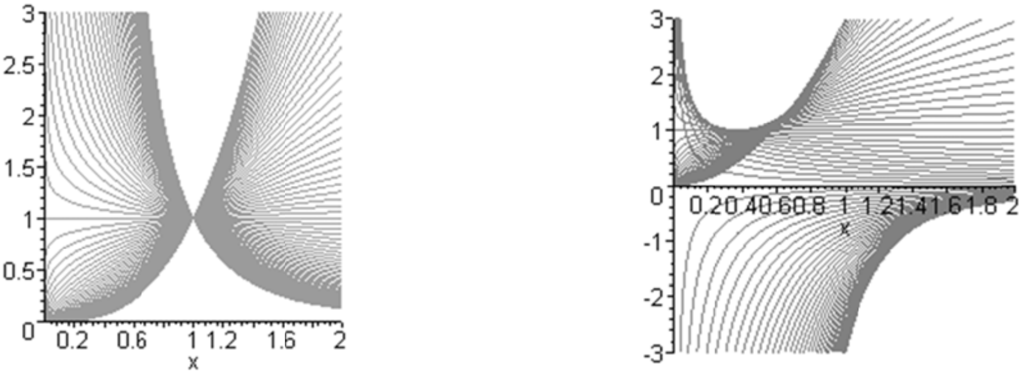
Далее необходимо выбрать определенное представление функции $G\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)$. Очевидно, что влияние значений характеристик напряженно-деформированного состояния в момент τ на величину скорости накопления микроповреждений в момент t ($t>\tau$) уменьшается с увеличением $t\text{–}\tau$. Отсюда следует, что $G\left(x;T_0,I_0\right)$ является положительной монотонно убывающей функцией для любых фиксированных T_0, I_0. Тогда можно положить:

$$G\left(t-\tau;T,I_0\right)=g\left(T_0,I_0\right)\cdot\left(t-\tau\right)^{n-2}\,. \qquad (11)$$

Условие положительности функции $G(x;T_0,I_0)$ накладывает ограничение $g(T_0,I_0)>0$. Согласно условию монотонного убывания функции $G(x;T_0,I_0)$ имеем:

$$G'_x(x,T_0,l_0)=g(T_0,l_0)\cdot(n-2)\cdot x^{n-3}<0\rightarrow n<2 \quad \textit{при} \quad x>2\,. \tag{12}$$

Графики, приведенные на рис. 1, демонстрируют существенность указанных ограничений. Отметим, также, что соотношение (11) определяет функцию влияния, вогнутую на области определения.



а б

Рис. 1. Качественный характер функции влияния x^{n-2} (а) и ее производной (б) для последовательности разных значений параметра *n*, $n\in[-3\div 3]$

Область интегрирования двойного интеграла в соотношении (9) представляет собой равнобедренный треугольник (см. рис. 2). Преобразуем данный интеграл, изменяя порядок интегрирования:

$$\begin{aligned}&\int_0^{t_*}dt\int_0^{t}G\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)\cdot f_2\big(\dot{\varepsilon}_u(\tau),T(\tau),I(\tau)\big)\cdot d\tau=\\&\qquad\qquad=\int_0^{t_*}d\tau\int_{\tau}^{t_*}\mathbf{G}\big(t-\tau;T(\tau),I(\tau)\big)\cdot f_2\big(\dot{\varepsilon}_u(\tau),T(\tau),I(\tau)\big)\cdot dt\end{aligned}\,. \tag{13}$$

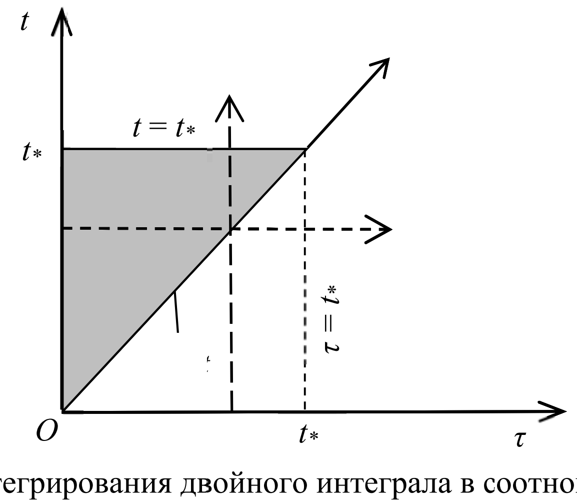


Рис. 2. Область интегрирования двойного интеграла в соотношении (9)

На основании последнего соотношения с использованием представления (11) условие предельного состояния (9) преобразуем к виду:

$$\int_0^{t_*} \left(t_* - \tau\right)^{n-1} \cdot f\left(\dot{\varepsilon}_u\left(\tau\right), T\left(\tau\right), I\left(\tau\right)\right) \cdot d\tau = 1, \tag{14}$$

где:

$$f\left(\dot{\varepsilon}_u\left(\tau\right), T\left(\tau\right), I\left(\tau\right)\right) = \frac{g\left(T_0, I_0\right) \cdot f_2\left(\dot{\varepsilon}_u\left(\tau\right), T\left(\tau\right), I\left(\tau\right)\right)}{n-1}. \tag{15}$$

На основании полученного условия предельного состояния (14) мы можем переопределить соотношение для поврежденности $\psi(t)$ в соответствии со всеми принятыми гипотезами:

$$\psi\left(t\right) = \int_0^{t} \left(t - \tau\right)^{n-1} \cdot f\left(\dot{\varepsilon}_u\left(\tau\right), T\left(\tau\right), I\left(\tau\right)\right) \cdot d\tau. \tag{16}$$

В рассмотренном частном случае мы получили соотношение, подобное принимаемому в качестве исходного в работах [10, 14].

Последующая задача заключается в определении функции $f\left(\dot{\varepsilon}_u, T, I\right)$. Это можно сделать различными способами на основании данных экспериментов, проводимых в различных условиях.

Далее, без ущерба для общности, будем рассматривать изотермические процессы формоизменения $T\left(\tau\right) = const$. Также, не ограничивая общности, будем рассматривать процессы, характеризующиеся неизменными значениями совокупности безразмерных инвариантов тензора скоростей деформаций и тензора напряжений, обозначаемых через I. Примерами таких процессов является не только простое растяжение, сжатие или кручение, но и, например, совместное растяжение с кручением по определенной программе нагружения [3]. Результаты экспериментальных данных свидетельствуют о правомерности представления зависимости (2) в следующем виде:

$$\varepsilon_{*c} = a \cdot \left(\dot{\varepsilon}_u\right)^b, \tag{17}$$

где a и b – некоторые константы, в общем случае зависящие от температуры и инвариантов напряженно-деформированного состояния.

Для процессов стационарного изотермического деформирования из соотношения (14) следует следующее выражение для времени до разрушения:

$$t_{*c}\left(\dot{\varepsilon}_u\right) = \left(\frac{n}{f\left(\dot{\varepsilon}_u\right)}\right)^{\frac{1}{n}} \quad t_{*c} = k \cdot \left(f\left(\dot{\varepsilon}_u\right)\right)^{-1/n}, \; k = n^{1/n}, \tag{18}$$

или:

$$f\left(\dot{\varepsilon}_u\right) = \frac{n}{\left(t_{*c}\left(\dot{\varepsilon}_u\right)\right)^n}. \tag{19}$$

Если функция f является линейной, т. е.:

$$f\left(\dot{\varepsilon}_u\right) = k_2 \cdot \dot{\varepsilon}_u, \tag{20}$$

где k_0 – некоторая константа, то из (19), с учетом (17), получим:

$$n = \frac{1}{1-b}. \tag{21}$$

В этом случае модель может быть определена вместе со значениями своих параметров только на основании принятых гипотез без дополнительных экспериментов.

Проверка гипотезы о линейности функции f может быть выполнена по результатам проведения экспериментов с постоянной скоростью изменения интенсивности скоростей деформаций k:

$$\dot{\varepsilon}_u(\tau) = k \cdot \tau . \tag{22}$$

Для этих условий, на основании (14), с учетом (19), получим:

$$\int\limits_0^{(\dot{\varepsilon}_u)_*/k} \left(\frac{(\dot{\varepsilon}_u)_*}{k} - \tau \right)^{n-1} \cdot \frac{1}{\left(t_{*c}(k \cdot \tau)\right)^n} \cdot d\tau = \frac{1}{n} . \tag{23}$$

Более детальное рассмотрение этого случая является предметом следующей работы.

ВЫВОДЫ

Сформулированные гипотезы, учитывающие закономерности механики и физики неполной горячей деформации, позволили разработать методику формирования исходных соотношений для параметра поврежденности с целью определения предельного состояния материала в нестационарных процессах формоизменения. Как частный случай, получены соотношения, принимаемые в известной модели, в качестве исходных.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Полухин П. И. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов : справочник / П. И. Полухин, В. Я. Гун, А. М. Галкин. – М. : Металлургия, 1983. – 352 с.*
2. *Паршин В. А. Деформируемость и качество / В. А. Паршин, Е. Г. Зудов, В. Л. Колмогоров. – М. : Металлургия, 1979. – 191 с.*
3. *Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников. – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с.*
4. *УНТЦ «МАМИ» – филиал МГТУ «МАМИ». Термины и определения ОМД [Электронный ресурс]. – Режим доступа до журн. : http://www.untc.mami.ru/articles/47.*
5. *Богатов А. А. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением / А. А. Богатов, О. И. Мижирицкий, С. В. Смирнов. – М. : Металлургия, 1984. – 144 с.*
6. *Влияние горячей прерывистой деформации на пластичность металла / А. А. Богатов, М. В. Смирнов, В. А. Криницын и др. // Изв. вузов. Чёрная металлургия. – 1981. – № 12. – С. 37–40.*
7. *Сопротивление деформации и пластичность при обработке металлов давлением / Ю. Г. Калпин, В. И. Перфилов, П. А. Петров, В. А. Рябов, Ю. К. Филиппов. – М. : Машиностоение, 2011. – 244 с.*
8. *Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение / В. Л. Колмогоров. – М. : Металлургия, 1970. – 229 с.*
9. *Ефимов В. Н. Математическая модель разрушения дробно-деформированного в горячем состоянии металла / В. Н. Ефимов, И. С. Зельцер, И. С. Алиев // Изв. АН СССР. Металлы. – 1989. – № 6. – С. 129–134.*
10. *Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. – Вінниця : УНІВЕРСУМ – Вінниця, 1998. – 195 с.*
11. *Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности / А. А. Ильюшин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1967. – № 3. – С. 21–35.*
12. *Ильюшин А. А Основы математической теории термовязкой упругости / А. А. Ильюшин, Б. Е. Победря. – М. : Наука, 1970. – 280 с.*
13. *Кийко И. А. Теория разрушения в процессах пластического течения / И. А. Кийко // Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1982. – С. 27–40.*
14. *Михалевич В. М. Определение оптимальных параметров многоступенчатой схемы изменения скорости деформацій / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський // Обработка материалов давлением : сб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2011. – № 2 (27). – С. 10–13.*
15. *Лебедев А. А. О выборе инвариантов напряженного состояния при решении задач механики материалов / А. А. Лебедев, В. М. Михалевич // Пробл. прочности. – 2003. – № 3. – С. 5–14.*

Гунько И. В. – канд. техн. наук, проф. ВНАУ.

ВНАУ – Винницкий национальный аграрный университет, г. Винница.

E-mail: maniy@ukr.net

Статья поступила в редакцию 25.01.2012 г.